### 1. はじめに

振動系において、時間の経過とともに応答振幅が小さく なる現象を、減衰と呼ぶ。減衰の定式化には、減衰力が応 答速度に比例すると仮定した粘性減衰が用いられること が一般的で、その比例係数は、質量や剛性に基づいて算定 される。しかし、剛性が変動する弾塑性系では、剛性や固 有振動数、固有モードの変動をどのように減衰モデルに反 映するかによって、応答に違いが出ることが指摘されてい る<sup>1)</sup>。降伏時に剛性が急激に変化する系、剛性が負となる 系については、特にその影響が危惧されており、減衰モデ ルを慎重に選択する必要がある<sup>2)</sup>。そこで本研究では、弾 塑性系について、減衰モデルの選択が応答に与える影響を 分析し、減衰モデルの優劣を検証した。

## 2. 解析モデルと解析方法

5 自由度系と、それを縮約した1 自由度系を解析モデル とした。5 自由度系は、5 階建ての事務所建築を想定し、 ベースシア係数を 0.3、降伏限の層間変形角をどの層も 0.0075 rad、各層の塑性率がほぼ一定となるように剛性と 耐力を設定した<sup>3)</sup>。1 自由度系は、固有周期が5 自由度系 の1 次固有周期 1.14 秒に、降伏時のベースシア係数が 5 自由度系と同じ 0.3 に一致するように各定数を設定した。

各層の復元力特性を、バイリニア型でモデル化した。二次剛性の初期剛性に対する比を、 $\alpha = 1/20$ 、-1/10の2通り検討した。ただし、 $\alpha = -1/10$ の場合は、復元力がゼロとなった時点を倒壊とみなし、そこで計算を停止した。

中央差分法を用い、解析時間間隔を 0.02 秒として、時 刻歴応答解析を実行した。地動加速度として、1995 年兵 庫県南部地震の JMA 神戸記録の NS 成分を用いた。

### 3.1自由度系

表1に、1自由度系で用いた3種類の減衰モデルを示す。ここで、cは減衰係数、 $\zeta$ は設定減衰比(=0.05)、 $k_I$ は初期剛性、 $k^*$ は接線剛性、 $\omega$ は初期剛性に基づく固有振動数、 $\omega^*$ は接線剛性に基づく固有振動数である。モデル1と2では、 $\alpha = 1/20$ の場合をみると、降伏時に実効減衰比がそれぞれ0.22、0.01に変化するが、モデル3は、実効減衰比を常に0.05に保持する。なお、モデル3では、負剛性のときに $\omega^*$ が複素数となり、適切な取り扱いが難しくなるため、 $\alpha = -1/10$ の場合は降伏時にc = 0とした。

図1に、減衰モデルによる時刻歴応答の違いを 比較する。 $\alpha = 1/20$ では、減衰モデルによる違い が徐々に累積され、モデル2と3は、モデル1と 比較して残留変形角が 0.005 rad 大きく算定され た。 $\alpha = -1/10$ では、モデル2と3は、モデル1と 比較して最大変形角も残留変形角も 0.02 rad 大き かった。

変位応答に違いが出る原因を、α=-1/10の場合

# に着目して確認する。図 2 に、α=-1/10 の場合の 復元力と減衰力を、同時 刻範囲で比較する。復元 力にはほとんど違いが ないが、系が降伏した時 刻点①から②、③から④

表1 1	自由度の減衰モデル
番号	減衰係数
1	$c = (2\zeta/\omega) k_I$
2	$c=(2\zeta/\omega)k^*$
3	$c = (2\zeta/\omega^*)k^*$

で、減衰力に違いがあった。モデル1では、減衰力が楕円 形の履歴を描いた。モデル2では、降伏時に、剛性が1/10 になり、符号も反転した。モデル3では、降伏時の減衰力 を0に設定した。初期剛性に対して減衰係数を規定するモ デル1は、降伏時の減衰力を大きく見積もり、そのために 変位応答を過小評価したといえる。

## 4.5 自由度系

表 2 に、5 自由度系で用いた 8 種類の減衰モデルを示す。 ここで、[c]は減衰行列、[m]は質量行列、ζ は設定減衰比 (= 0.05)、 $\omega_n$ は n 次の固有振動数、 $\Phi_n$ は n 次の固有ベク トル、[ $k_I$ ]は初期剛性行列、 $a_i$ は固有振動数と減衰比から



A Study on the Influence of Damping Model on the Elastic-Plastic Time-History Response TAKAHASHI Hiroto

# 髙橋 裕人

求まる係数、N は自由度数である。上添字『\*』は、弾塑 性状態に基づいて係数を更新することを意味する。なお、 レイリー減衰では、1 次と 3 次モードを用いて係数*a<sub>i</sub>*を算 定した。

モデル1は、代表的なレイリー減衰で、弾塑性状態に関わらず一定である。モデル2は、弾塑性状態に応じ減衰行列を更新する。モデル3は、a<sub>0</sub>とa<sub>1</sub>も更新し、対象モードに対して減衰比を保持する。モデル4は、カギー減衰の一般型である。モデル5は、モデル1よりも減衰比を設定値に近い値に保持できる利点がある<sup>1)</sup>。モデル6は、高次モードにおいて減衰比を設定値に近い値に保持できる利点がある<sup>1)</sup>。モデル7は、モデル2よりも質量比例の寄与を小さくし、振動数が小さい領域で減衰を小さく見積もるモデルである<sup>4)</sup>。モデル8は、WilsonとPenzienが提案した、カギー減衰と別種の比例減衰である<sup>5)</sup>。モデル4と同様に計算時間がかかるが、近似的に計算するモード数を減らしても比較的精度が良いという利点がある。

図3に、 $\alpha = 1/20$ の場合で、3層と5層が降伏したとき について算定した減衰比を比較する。モデル1では設定値 より大きな値をとっているのに対して、モデル3では、規 定した1次と3次モードで減衰比が設定値と一致してい る。またモデル7では、振動数が小さい領域で設定値より 低い値をとっている。

図4に、8種類の減衰モデルについて、 $\alpha$ =1/20と-1/10 の場合の時刻歴応答解析で得た、各層の最大層間変形角を 比較する。1自由度系と同様に、 $\alpha$ =1/20の場合でも減衰 モデルによる違いが見られたが、 $\alpha$ =-1/10の場合は極端 に大きな違いが見られた。加えて、弾性限を超えて大きく 変形した層で、減衰モデルによる違いが大きく表れた。 $\alpha$ =-1/10の場合に、3層目で応答に違いが出なかった理由 は、この層で倒壊したためである。

図5に、α=1/20の場合で得た、同時刻範囲での減衰力 を、モデル1、3と7で比較する。図3と同様に、時刻点

番号	減衰行列
1	$[c] = a_0[m] + a_1[k_I]$
2	$[c] = a_0[m] + a_1[k^*]$
3	$[c] = a_0^*[m] + a_1^*[k^*]$
4	$[c] = [m] \sum_{n=0}^{N-1} a_n ([m]^{-1} [k_I])^n$
5	$[c] = a_{-1}[m][k_I]^{-1}[m] + a_0[m]$
6	$[c] = a_{-1}[m][k_I]^{-1}[m] + a_0[m] + a_1[k^*]$
7	$[c] = a_0[m][k_I]^{-1}[k^*] + a_1[k^*]$
8	$[c] = [m] \left( \sum_{n=1}^{N} (2\zeta \omega_n / M_n) \Phi_n \Phi_n^T \right) [m]$





①から②、③から④で系が降伏した。モデル1はモデル3 と比較して、降伏時の減衰力を大きく算定する。図3で 見たように、モデル1では、初期剛性に対して減衰を規定 するために、降伏時の減衰比が、設定減衰比の3倍に達す る。モデル3と7では、減衰力、および減衰比の違いが小 さい。モデル7は、モデル3と異なり、各時刻で固有値解 析をし直す必要がなく、計算効率が良い。実際に、モデル 3で解析時間が3.5 s、モデル7で2.6 s だった。モデル7 は、弾塑性状態が変化しても、減衰比を設定値に保持する モデル3の利点を備えつつ、計算効率が良いモデルだとい える。

### 5. まとめ

減衰モデルが弾塑性時刻歴応答に及ぼす影響を、1自由 度系と5自由度系で検証し、下記の知見を得た。

- ・初期剛性に対して減衰を規定するモデルでは、降伏時の 減衰力を設定減衰比より大きく見積もるので、変位応答 が小さく算定される。
- ・減衰モデルによる応答の違いは、二次剛性が正の場合で も見られるが、負の場合の方が顕著である。また、弾性 限を超えて大きく変形する層ほど違いが大きい。

### 参考文献

- F. A. Charney: Unintended Consequences of Modeling Damping in Structures, J. Struct. Engrg., ASCE, 134(4), pp. 581-592, 2008
- A. K. Chopra and F. McKenna: Modeling Viscous Damping in Nonlinear Response History Analysis of Buildings for Earthquake Excitation, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 45, pp.193-211, 2016
- 3) 秋山宏:エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計、技報 堂出版、1999
- J. F. Hall: Performance of Viscous Damping in Inelastic Seismic Analysis of Moment-frame Buildings, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 47, pp.2756-2776, 2018
- E. L. Wilson and J. Penzien: Evaluation of Orthogonal Damping Matrices, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 4, pp.5-10, 1976

