# 減衰モデルが弾塑性時刻歴応答に与える影響に関する一考察

## 髙橋 裕人

#### 1. はじめに

振動系において、時間の経過とともに応答振幅が小さくなる現象を、減衰と呼ぶ。減衰の定式化には、減衰力が応答速度に比例すると仮定した粘性減衰が用いられることが一般的で、その比例係数は、質量や剛性に基づいて算定される。しかし、剛性が変動する弾塑性系では、剛性や固有振動数、固有モードの変動をどのように減衰モデルに反映するかによって、応答に違いが出ることが指摘されている¹¹)。降伏時に剛性が急激に変化する系、剛性が負となる系については、特にその影響が危惧されており、減衰モデルを慎重に選択する必要がある²²)。そこで本研究では、弾塑性系について、減衰モデルの選択が応答に与える影響を分析し、減衰モデルの優劣を検証した。

### 2. 解析モデルと解析方法

5 自由度系と、それを縮約した1自由度系を解析モデルとした。5 自由度系は、5 階建ての事務所建築を想定し、ベースシア係数を 0.3、降伏限の層間変形角をどの層も 0.0075 rad、各層の塑性率がほぼ一定となるように剛性と耐力を設定した 3)。1 自由度系は、固有周期が5 自由度系の 1 次固有周期 1.14 秒に、降伏時のベースシア係数が5 自由度系と同じ 0.3 に一致するように各定数を設定した。

各層の復元力特性を、バイリニア型でモデル化した。二次剛性の初期剛性に対する比を、 $\alpha=1/20$ 、-1/10 の 2 通り検討した。ただし、 $\alpha=-1/10$  の場合は、復元力がゼロとなった時点を倒壊とみなし、そこで計算を停止した。

中央差分法を用い、解析時間間隔を 0.02 秒として、時刻歴応答解析を実行した。地動加速度として、1995 年兵庫県南部地震の JMA 神戸記録の NS 成分を用いた。

#### 3. 1 自由度系

表 1 に、1 自由度系で用いた 3 種類の減衰モデルを示す。ここで、c は減衰係数、 $\zeta$  は設定減衰比(=0.05)、 $k_I$  は初期剛性、 $k^*$  は接線剛性、 $\omega$  は初期剛性に基づく固有振動数、 $\omega^*$  は接線剛性に基づく固有振動数である。モデル 1 と 2 では、 $\alpha$  = 1/20 の場合をみると、降伏時に実効減衰比がそれぞれ0.22、0.01 に変化するが、モデル 3 は、実効減衰比を常に0.05 に保持する。なお、モデル 3 では、負剛性のときに $\omega^*$  が複素数となり、適切な取り扱いが難しくなるため、 $\alpha$  = -1/10 の場合は降伏時にc = 0 とした。

図 1 に、減衰モデルによる時刻歴応答の違いを比較する。  $\alpha=1/20$  では、減衰モデルによる違いが徐々に累積され、モデル 2 と 3 は、モデル 1 と比較して残留変形角が 0.005 rad 大きく算定された。  $\alpha=-1/10$  では、モデル 2 と 3 は、モデル 1 と比較して最大変形角も残留変形角も 0.02 rad 大きかった。

変位応答に違いが出る原因を、α=-1/10の場合

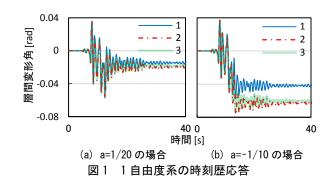
に着目して確認する。図 2 に、 $\alpha=-1/10$  の場合の復元力と減衰力を、同時刻範囲で比較する。復元力にはほとんど違いがないが、系が降伏した時刻点①から②、③から④

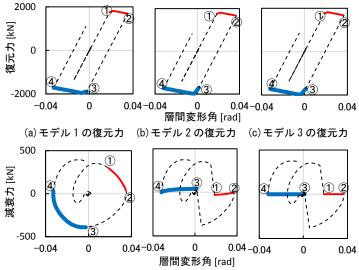
表 1 1	自由度の減衰モデル
番号	減衰係数
1	$c = (2\zeta/\omega) k_I$
2	$c=(2\zeta/\omega)k^*$
3	$c = (2\zeta/\omega^*) k^*$

で、減衰力に違いがあった。モデル1では、減衰力が楕円形の履歴を描いた。モデル2では、降伏時に、剛性が1/10になり、符号も反転した。モデル3では、降伏時の減衰力を0に設定した。初期剛性に対して減衰係数を規定するモデル1は、降伏時の減衰力を大きく見積もり、そのために変位応答を過小評価したといえる。

#### 4. 5 自由度系

表 2 に、5 自由度系で用いた 8 種類の減衰モデルを示す。ここで、[c] は減衰行列、[m] は質量行列、 $\zeta$  は設定減衰比(=0.05)、 $\omega_n$  は n 次の固有振動数、 $\Phi_n$  は n 次の固有ベクトル、 $[k_I]$  は初期剛性行列、 $a_i$  は固有振動数と減衰比から





(d) モデル 1 の減衰力 (e) モデル 2 の減衰力 (f) モデル 3 の減衰力 図 2 1 自由度系の復元力と減衰力

求まる係数、N は自由度数である。上添字  $\mathbb{T}^*$  は、弾塑性状態に基づいて係数を更新することを意味する。なお、レイリー減衰では、1 次と 3 次モードを用いて係数 $a_i$ を算定した。

モデル1は、代表的なレイリー減衰で、弾塑性状態に関わらず一定である。モデル2は、弾塑性状態に応じ減衰行列を更新する。モデル3は、 $a_0$ と $a_1$ も更新し、対象モードに対して減衰比を保持する。モデル4は、カギー減衰の一般型である。モデル5は、モデル1よりも減衰比を設定値に近い値に保持できる利点があるり。モデル6は、高次モードにおいて減衰比を設定値に近い値に保持できる利点があるり。モデル7は、モデル2よりも質量比例の寄与を小さくし、振動数が小さい領域で減衰を小さく見積もるモデルであるり。モデル8は、Wilsonと Penzienが提案した、カギー減衰と別種の比例減衰であるり。モデル4と同様に計算時間がかかるが、近似的に計算するモード数を減らしても比較的精度が良いという利点がある。

図 3 に、 $\alpha$  = 1/20 の場合で、3 層と 5 層が降伏したときについて算定した減衰比を比較する。モデル 1 では設定値より大きな値をとっているのに対して、モデル 3 では、規定した 1 次と 3 次モードで減衰比が設定値と一致している。またモデル 7 では、振動数が小さい領域で設定値より低い値をとっている。

図 4 に、8 種類の減衰モデルについて、 $\alpha$  = 1/20 と -1/10 の場合の時刻歴応答解析で得た、各層の最大層間変形角を比較する。1 自由度系と同様に、 $\alpha$  = 1/20 の場合でも減衰モデルによる違いが見られたが、 $\alpha$  = -1/10 の場合は極端に大きな違いが見られた。加えて、弾性限を超えて大きく変形した層で、減衰モデルによる違いが大きく表れた。 $\alpha$  = -1/10 の場合に、3 層目で応答に違いが出なかった理由は、この層で倒壊したためである。

図 5 に、 $\alpha$  = 1/20 の場合で得た、同時刻範囲での減衰力を、モデル 1、3 と 7 で比較する。図 3 と同様に、時刻点

番号	減衰行列
1	$[c] = a_0[m] + a_1[k_I]$
2	$[c] = a_0[m] + a_1[k^*]$
3	$[c] = a_0^*[m] + a_1^*[k^*]$
4	$[c] = [m] \sum_{n=0}^{N-1} a_n ([m]^{-1} [k_I])^n$
5	$[c] = a_{-1}[m][k_I]^{-1}[m] + a_0[m]$
6	$[c] = a_{-1}[m][k_I]^{-1}[m] + a_0[m] + a_1[k^*]$
7	$[c] = a_0[m][k_I]^{-1}[k^*] + a_1[k^*]$
8	$[c] = [m] \left( \sum_{n=1}^{N} (2\zeta \omega_n / M_n) \Phi_n \Phi_n^T \right) [m]$

表 2 5 自由度系の減衰モデル

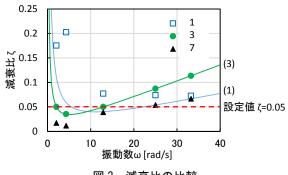


図3 減衰比の比較

①から②、③から④で系が降伏した。モデル 1 はモデル 3 と比較して、降伏時の減衰力を大きく算定する。図 3 で見たように、モデル 1 では、初期剛性に対して減衰を規定するために、降伏時の減衰比が、設定減衰比の 3 倍に達する。モデル 3 と 7 では、減衰力、および減衰比の違いが小さい。モデル 7 は、モデル 3 と異なり、各時刻で固有値解析をし直す必要がなく、計算効率が良い。実際に、モデル 3 で解析時間が 3.5 s、モデル 7 で 2.6 s だった。モデル 7 は、弾塑性状態が変化しても、減衰比を設定値に保持するモデル 3 の利点を備えつつ、計算効率が良いモデルだといえる。

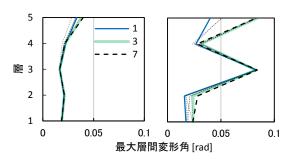
#### 5. まとめ

減衰モデルが弾塑性時刻歴応答に及ぼす影響を、1 自由 度系と5 自由度系で検証し、下記の知見を得た。

- ・初期剛性に対して減衰を規定するモデルでは、降伏時の 減衰力を設定減衰比より大きく見積もるので、変位応答 が小さく算定される。
- ・減衰モデルによる応答の違いは、二次剛性が正の場合で も見られるが、負の場合の方が顕著である。また、弾性 限を超えて大きく変形する層ほど違いが大きい。

#### 参考文献

- F. A. Charney: Unintended Consequences of Modeling Damping in Structures, J. Struct. Engrg., ASCE, 134(4), pp. 581-592, 2008
- A. K. Chopra and F. McKenna: Modeling Viscous Damping in Nonlinear Response History Analysis of Buildings for Earthquake Excitation, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 45, pp. 193-211, 2016
- 3) 秋山宏:エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計、技報 堂出版、1999
- J. F. Hall: Performance of Viscous Damping in Inelastic Seismic Analysis of Moment-frame Buildings, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 47, pp.2756-2776, 2018
- E. L. Wilson and J. Penzien: Evaluation of Orthogonal Damping Matrices, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 4, pp.5-10, 1976



(a) a=1/20 の場合 (b) a=-1/10 の場合 図 4 5 自由度系の最大応答

